

Aula 1: Introdução

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

1 Conteúdos da Disciplina

1.1. Conjuntos	[06 horas]
1.2. Relações	[08 horas]
1.3. Funções	[06 horas]
1.4. Indução	[08 horas]
1.5. Recursão	[06 horas]
1.6. Noções de lógica	[02 horas]
1.7. Álgebra booleana	[04 horas]
1.8. Introdução a Probabilidade Discreta	[12 horas]
1.9. Comportamentos assintóticos	[08 horas]

2 Avaliações

21/06/2013 Prova - P1**01/08/2013** Prova - P2**06/09/2013** Prova - P3**12/09/2013** Prova Final - PF

2.1 Média Parcial

$$MP = \frac{P1 + P2 + P3}{3}$$

$$ResultadoParcial = \begin{cases} Aprovado & \text{se } MP \geq 7 \\ ProvaFinal & \text{se } MP < 7 \end{cases}$$

2.2 Média Final

$$MF = \frac{MP + PF}{2}$$

$$ResultadoFinal = \begin{cases} Aprovado & \text{se } MF \geq 5 \\ Reprovado & \text{se } MF < 5 \end{cases}$$

2.3 Bibliografia

- [1] S. Lipschutz and M. L. Lipson, *Matemática Discreta*. Bookman, 2 ed., 2004.
- [2] P. B. Menezes, *Matemática Discreta para Computação e Informática*. Bookman, 2 ed., 2008.

3 Conjuntos

3.1 Conjunto

Definição 1. *Um Conjunto é uma coleção de zero ou mais objetos distintos, chamados Elementos do conjunto, os quais não possuem qualquer ordem associada.*

Exemplo:

- a) As vogais a, e, i, o, u
- b) O par de sapatos preferido
- c) Os dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9
- d) Todos os brasileiros
- e) Os Números Pares
- f) A letra f, a cidade de Alegre, Pelé e Harry Potter

☒

Um conjunto pode ser expresso listando todos os seus elementos, chamada de denotação por extensão.

Exemplo:

$$Vogais = \{a, e, i, o, u\}$$

☒

Pode-se também expressar um conjunto por uma propriedade, chamada de denotação por compreensão.

Exemplo:

$$Pares = \{n \mid n \text{ é número par}\}$$

☒

Exemplo:

$$BR = \{x \mid x \text{ é brasileiro}\}$$

☒

É permitido expressar conjuntos utilizando a denotação por extensão omitindo alguns elementos, desde que seja possível deduzir facilmente estes elementos a partir do contexto.

Exemplo:

$$Dgitos = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

☒

Exemplo:

$$Pares = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$$

☒

3.2 Pertinência

Definição 2. Se um determinado elemento a é elemento de um conjunto A , tal fato é denotado por:

$$a \in A$$

o qual é interpretado como segue:

a pertence ao conjunto A

Caso contrário, afirma-se que a não pertence ao conjunto A . Tal fato é denotado por:

$$a \notin A$$

Exemplo: Considerando $Vogais = \{a, e, i, o, u\}$, tem-se que: $a \in Vogais$ e $h \notin Vogais$. ☒

Exemplo: Considerando $BR = \{x \mid x \text{ é brasileiro}\}$, tem-se que: $Pel \in BR$ e $BillGates \notin BR$. ☒

3.3 Conjuntos notáveis

Definição 3. Um conjunto que não possui elementos é chamado de **conjunto vazio** $\{\}$, o qual é usualmente representado pelo símbolo:

$$\emptyset$$

Exemplo:

- a) O conjunto de todos os brasileiros com mais de 300 anos de vida;
- b) O conjunto de todos os números os quais são simultaneamente pares e ímpares.

☒

Definição 4. Um conjunto que possui exatamente um elemento é chamado de **conjunto unitário**.

Exemplo:

- a) O conjunto constituído pelo Pelé;
- b) O conjunto de todos os números que são simultaneamente pares e primos.

☒

Alguns conjuntos amplamente utilizados na matemática tem denotação universalmente aceita e valem a pena ser mencionados.

$\mathbb{N}$ Conjunto dos Números Naturais;

$\mathbb{Z}$ Conjunto dos Números Inteiros;

$\mathbb{Q}$ Conjunto dos Números Racionais;

$\mathbb{I}$ Conjunto dos Números Irracionais;

$\mathbb{R}$ Conjunto dos Números Reais;

Definição 5. Um conjunto é considerado **finito** se contém exatamente m elementos distintos, onde m denota algum inteiro não negativo.

Exemplo:

a) $\emptyset$

b) $\{\}$

- c) $Vogais = \{a, e, i, o, u\}$
- d) $Digitos = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- e) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0 \text{ e } x < 4\}$
- f) $B = \{x \mid x \text{ é brasileiro}\}$

☒

Definição 6. Um conjunto é considerado *infinito* se ele não for finito.

Exemplo:

- a) $\mathbb{Z}$
- b) $\mathbb{R}$
- c) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 0\}$

☒

3.4 Subconjuntos e Igualdade de Conjuntos

Definição 7. Se todos os elementos de um conjunto A também são elementos de um conjunto B , então se afirma que A está *contido* em B e denota-se por:

$$A \subseteq B$$

ou, alternativamente, que B *contém* A , e denota-se por:

$$B \supseteq A$$

. Nesse caso ($A \subseteq B$ ou $B \supseteq A$), afirma-se que A é *subconjunto* de B .

Definição 8. Se $A \subseteq B$, mas existe $b \in B$ tal que $b \notin A$, então se afirma que A está *contido propriamente* em B , ou que A é *subconjunto próprio* de B , e denota-se por:

$$A \subset B$$

ou, alternativamente, que B *contém propriamente* A , e denota-se por:

$$B \supset A$$

Exemplo:

- a) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}, \{a, b\} \not\subseteq \{b, a\}$
- b) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}, \{b, a\} \subset \{a, b, c\}$
- c) $\{1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{N}, \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$
- d) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}, \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- e) $\emptyset \subseteq \{a, b, c\}, \emptyset \subset \{a, b, c\}$
- f) $\emptyset \subseteq \mathbb{N}, \emptyset \subset \mathbb{N}$

☒

Definição 9. Os conjuntos A e B são ditos **conjuntos iguais**, o que é denotado por:

$$A = B$$

se e somente se possuem exatamente os mesmos elementos. Formalmente, afirma-se que:

$$A = B \text{ se e somente se } A \subseteq B \text{ e } B \subseteq A$$

Exemplo:

- a) $\{1, 2, 3\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0 \text{ e } x < 4\}$
- b) $\mathbb{N} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 0\}$
- c) $\{1, 2, 3\} = \{3, 3, 3, 2, 2, 1\}$

⊗

Exemplo: Considere o conjunto $A = \{1, 2, 3, \emptyset, \{a\}, \{b, c\}\}$. Justifique:

- a) $\{1\} \notin A, \{1\} \subseteq A$
- b) $\emptyset \in A, \emptyset \subseteq A$
- c) $\{a\} \in A, \{a\} \not\subseteq A$
- d) $\{b, c\} \in A, \{\{b, c\}\} \subseteq A$
- e) $\{1, 2, 3\} \notin A, \{1, 2, 3\} \subseteq A$

⊗