

Questão 1:

[3 pontos]

Determinar quais das seguintes proposições são **tautologias**, **contradições** ou **contingências**:

(a) $\sim (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$

[1 ponto]

Solução: Contradição

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim (p \leftrightarrow q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \vee p$	$(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V	F
F	V	F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	F	V	V	V	V	V

(b) $\sim (p \vee q) \rightarrow \sim p \vee \sim q$

[1 ponto]

Solução: Tautologia

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim (p \vee q) \rightarrow \sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V

(c) $p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$

[1 ponto]

Solução: Contingência

p	q	r	$\sim r$	$p \vee \sim r$	$q \wedge \sim r$	$p \vee \sim r \rightarrow q \wedge \sim r$
V	V	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	F

Questão 2:

[3 pontos]

Descubra se as implicações lógicas e equivalências a seguir são válidas ou não. Justifique a sua resposta.

(a) $p \leftrightarrow q \implies p \wedge q$

[1 ponto]

Solução: Não válida

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	F

(b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim p \implies \sim q$

[1 ponto]

Solução: Não válida

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim p$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

(c) $p \wedge (p \vee q) \iff p$

[1 ponto]

Solução: Válida

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

Questão 3:

[2 pontos]

Determinar uma forma normal conjuntiva (FNC) equivalente às seguintes proposições.

(a) $p \leftrightarrow q$

[1 ponto]

Solução:

$$p \leftrightarrow q \iff (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \iff (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

(b) $\sim(((p \vee q) \wedge \sim q) \vee (q \wedge r))$

[1 ponto]

Solução:

$$\begin{aligned} \sim(((p \vee q) \wedge \sim q) \vee (q \wedge r)) &\iff \sim((p \vee q) \wedge \sim q) \wedge \sim(q \wedge r) \iff \\ &(\sim(p \vee q) \vee \sim\sim q) \wedge (\sim q \vee \sim r) \iff ((\sim p \wedge \sim q) \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim r) \iff \\ &(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim r) \end{aligned}$$

Questão 4:

[2 pontos]

Determinar uma forma normal disjuntiva (FND) equivalente às seguintes proposições.

(a) $p \rightarrow p \vee q$

[1 ponto]

Solução:

$$p \rightarrow p \vee q \iff \sim p \vee (p \vee q) \iff \sim p \vee p \vee q$$

(b) $p \leftrightarrow q$

[1 ponto]

Solução:

$$\begin{aligned} p \leftrightarrow q &\iff (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \iff (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \\ &((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee ((\sim p \vee q) \wedge p) \iff (\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge p) \vee (q \wedge p) \end{aligned}$$

Equivalências

$p \iff \sim \sim p$		Dupla Negação
$p \wedge p \iff p$	$p \vee p \iff p$	Idempotência
$p \wedge q \iff q \wedge p$	$p \vee q \iff q \vee p$	Comutativa
$(p \wedge q) \wedge r \iff p \wedge (q \wedge r)$	$(p \vee q) \vee r \iff p \vee (q \vee r)$	Associativa
$p \wedge V \iff p$	$p \wedge F \iff F$	Identidade
$p \vee V \iff V$	$p \vee F \iff p$	
$p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Distributiva
$\sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$	$\sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$	DE MORGAN
$p \rightarrow q \iff \sim p \vee q$		Condicional
$p \leftrightarrow q \iff (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$		Bicondicional

Questões	1	2	3	4	Total
Total de pontos	3	3	2	2	10
Pontos conseguidos					