

Aula 18: Exercícios de Resolução na Lógica de Predicados

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

Regras do tableaux semântico

$$\begin{array}{lll}
R_1 \equiv \frac{A \wedge B}{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}, & R_5 \equiv \frac{\neg \neg A}{A}, & R_9 \equiv \frac{\neg(A \leftrightarrow B)}{\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \wedge B \quad A \wedge \neg B \end{array}}, \\
R_2 \equiv \frac{A \vee B}{\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ A \quad B \end{array}}, & R_6 \equiv \frac{\neg(A \wedge B)}{\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \quad \neg B \end{array}}, & R_{10} \equiv \frac{\neg(\forall x)A}{(\exists x)\neg A}, \\
R_3 \equiv \frac{A \rightarrow B}{\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \neg A \quad B \end{array}}, & R_7 \equiv \frac{\neg(A \vee B)}{\begin{array}{c} \neg A \\ \neg B \end{array}}, & R_{11} \equiv \frac{\neg(\exists x)A}{(\forall x)\neg A}, \\
R_4 \equiv \frac{A \leftrightarrow B}{\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ A \wedge B \quad \neg A \wedge \neg B \end{array}}, & R_8 \equiv \frac{\neg(A \rightarrow B)}{\begin{array}{c} A \\ \neg B \end{array}}, & R_{12} \equiv \frac{(\exists x)A}{A(t)} \text{ onde } t \text{ é novo,} \\
& & R_{13} \equiv \frac{(\forall x)A}{A(t)} \text{ onde } t \text{ é qualquer.}
\end{array}$$

Regras Prenex

$$\begin{array}{lll}
R_1 \equiv \frac{(\forall x)A \wedge B}{(\forall x)(A \wedge B)}, & R_4 \equiv \frac{(\exists x)A \vee B}{(\exists x)(A \vee B)}, & R_7 \equiv \frac{(Q_1x)A \wedge (Q_2y)B}{(Q_1x)(Q_2y)(A \wedge B)}, \\
R_2 \equiv \frac{(\forall x)A \vee B}{(\forall x)(A \vee B)}, & R_5 \equiv \frac{(\forall x)A \wedge (\forall x)B}{(\forall x)(A \wedge B)}, & \\
R_3 \equiv \frac{(\exists x)A \wedge B}{(\exists x)(A \wedge B)}, & R_6 \equiv \frac{(\exists x)A \vee (\exists x)B}{(\exists x)(A \vee B)}, & R_8 \equiv \frac{(Q_1x)A \vee (Q_2y)B}{(Q_1x)(Q_2y)(A \vee B)}.
\end{array}$$

Nas regras R_1 , R_2 , R_3 e R_4 x não ocorre livre em B . Nas regras R_7 e R_8 x não ocorre livre em B e y não ocorre livre em A .

5 Exercícios

5.1. Utilizando tableaux semântico, identifique as fórmulas a seguir que são tautologia e as que não são:

- $(\forall x)p(x) \rightarrow p(a)$
- $p(a) \rightarrow (\forall x)p(x)$
- $(\forall x)(\neg(\forall y)q(x, y)) \rightarrow (\neg(\forall y)q(y, y))$
- $(\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\exists x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x))$
- $(\forall x)(p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b)) \leftrightarrow ((\exists x)p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b))$
- $(\exists x)((p(x) \rightarrow p(a)) \wedge (p(x) \rightarrow p(b)))$

5.2. Converta as fórmulas a seguir para a forma prenex e em seguida aplique a skolemização:

- a) $(\forall x)(\exists y)(\forall x)p(x, y, w) \leftrightarrow (\forall w)(\forall w)p(x, z, w)$
- b) $(\forall x)p(x, y) \rightarrow (\forall x)(\exists y)q(x, y)$
- c) $(\forall x)p(x, y) \wedge ((\exists x)(\forall y)q(y) \vee (\exists x)(\forall y)(\neg(\forall x)r(x, y, z)))$
- d) $(\forall x)(\exists x)p(x, y) \rightarrow (\exists x)(\forall x)p(y, a)$
- e) $((\exists x)p(x, y) \vee (\forall y)r(x, y)) \rightarrow (\exists w)(\forall x)(\exists y)q(x, y)$

5.3. Utilizando resolução, identifique as fórmulas a seguir que são tautologia e as que não são:

- a) $(\forall x)p(x) \rightarrow p(a)$
- b) $p(a) \rightarrow (\forall x)p(x)$
- c) $(\forall x)(\neg(\forall y)q(x, y)) \rightarrow (\neg(\forall y)q(y, y))$
- d) $(\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\exists x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x))$
- e) $(\forall x)(p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b)) \leftrightarrow ((\exists x)p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b))$
- f) $(\exists x)((p(x) \rightarrow p(a)) \wedge (p(x) \rightarrow p(b)))$