

## Aula 02: Operações lógicas sobre proposições

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

## 4 Operações lógicas sobre Proposições

Quando pensamos, efetuamos muitas vezes certas operações sobre proposições, chamadas **operações lógicas**. Estas obedecem a regras de cálculo, denominado **cálculo proposicional**, semelhante ao da aritmética sobre números.

### 4.1 Negação ( $\sim$ )

**Definição 6.** Chama-se **negação de uma proposição p** a proposição representada por “*não p*”, cujo valor lógico é a verdade(**V**) quando *p* é falsa e a falsidade(**F**) quando *p* é verdadeira.

Assim, “*não p*” tem o valor lógico oposto daquele de *p*.

Simbolicamente, a **negação de p** indica-se com a notação “ $\sim p$ ”, que se lê: “*não p*”.

O valor lógico da negação de uma proposição é, portanto, definido pela seguinte tabela-verdade:

<i>p</i>	$\sim p$
<b>V</b>	<b>F</b>
<b>F</b>	<b>V</b>

ou seja, pelas igualdades:

$$\sim V = F, \quad \sim F = V$$

*Exemplo:*

$$4.1. \ p : 2 + 3 = 5(V)$$

$$\sim p : 2 + 3 \neq 5(F)$$

$$4.2. \ q : 7 < 3(F)$$

$$\sim q : 7 \geq 3(V)$$

$$4.3. \ r : \text{Roma é a capital da França (F)}$$

$$\sim r : \text{Roma não é a capital da França (V)}$$

□

### 4.2 Conjunção ( $\wedge$ )

**Definição 7.** Chama-se **conjunção de duas proposições p e q** a proposição representada por “*p e q*”, cujo valor lógico é a verdade(**V**) quando as proposições *p* e *q* são ambas verdadeiras e a falsidade(**F**) nos demais casos.

Simbolicamente, a **conjunção de duas proposições p e q** indica-se com a notação “ $p \wedge q$ ”, que se lê: “*p e q*”.

O valor lógico da conjunção de duas proposições é, portanto, definido pela seguinte tabela-verdade:  
ou seja, pelas igualdades:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

$$V \wedge V = V, \quad V \wedge F = F, \quad F \wedge V = F, \quad F \wedge F = F$$

*Exemplo:*

$$4.1. \quad \begin{cases} p : & \text{A neve é branca (V)} \\ q : & 2 < 5 \text{ (V)} \end{cases} \quad \frac{}{p \wedge q : \text{ A neve é branca e } 2 < 5 \text{ (V)}}$$

$$4.2. \quad \begin{cases} p : & \pi > 4 \text{ (F)} \\ q : & 7 \text{ é um número primo (V)} \end{cases} \quad \frac{}{p \wedge q : \pi > 4 \text{ e } 7 \text{ é um número primo (F)}}$$

⊗

### 4.3 Disjunção ( $\vee$ )

**Definição 8.** Chama-se **disjunção de duas proposições**  $p$  e  $q$  a proposição representada por “ $p$  ou  $q$ ”, cujo valor lógico é a **verdade(V)** quando ao menos uma das proposições  $p$  e  $q$  são verdadeiras e a **falsidade(F)** quando as proposições  $p$  e  $q$  são ambas falsas.

Simbolicamente, a **disjunção de duas proposições**  $p$  e  $q$  indica-se com a notação “ $p \vee q$ ”, que se lê: “ $p$  ou  $q$ ”.

O valor lógico da disjunção de duas proposições é, portanto, definido pela seguinte tabela-verdade:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

ou seja, pelas igualdades:

$$V \vee V = V, \quad V \vee F = V, \quad F \vee V = V, \quad F \vee F = F$$

*Exemplo:*

$$4.1. \quad \begin{cases} p : & \text{Paris é a capital da França (V)} \\ q : & 9 - 4 = 5 \text{ (V)} \end{cases} \quad \frac{}{p \vee q : \text{ Paris é a capital da França ou } 9 - 4 = 5 \text{ (V)}}$$

$$4.2. \quad \begin{cases} p : & \pi = 4 \text{ (F)} \\ q : & \sqrt{-1} = 1 \text{ (F)} \end{cases} \quad \frac{}{p \wedge q : \pi = 4 \text{ ou } \sqrt{-1} = 1 \text{ (F)}}$$

⊗

#### 4.4 Disjunção Exclusiva ( $\vee$ )

**Definição 9.** Chama-se **disjunção exclusiva de duas proposições p e q** a proposição representada por “ou p ou q”, cujo valor lógico é a verdade(V) somente quando p é verdadeira ou q é verdadeira, mas não quando quando p e q são ambas verdadeiras, e a falsidade(F) quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas.

Simbolicamente, a **disjunção de duas proposições p e q** indica-se com a notação “ $p \vee q$ ”, que se lê: “ou p ou q”.

O valor lógico da disjunção exclusiva de duas proposições é, portanto, definido pela seguinte tabela-verdade:

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

ou seja, pelas igualdades:

$$V \vee V = F, \quad V \vee F = V, \quad F \vee V = V, \quad F \vee F = F$$

#### 4.5 Condicional ( $\rightarrow$ )

**Definição 10.** Chama-se **proposição condicional** ou apenas **condicional** uma proposição representada por “se p então q”, cujo valor lógico é a falsidade(F) no caso em que p é verdadeira e q é falsa e a verdade(V) nos demais casos.

Simbolicamente, a **condicional de duas proposições p e q** indica-se com a notação “ $p \rightarrow q$ ”, que se lê: “se p então q”, que também se lê de uma das seguintes maneiras:

- 4.1. p é a condição suficiente para q
- 4.2. q é a condição necessária para p

Na condicional “ $p \rightarrow q$ ”, diz-se que p é o antecedente e q o consequente.

O valor lógico da condicional de duas proposições é, portanto, definido pela seguinte tabela-verdade:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

ou seja, pelas igualdades:

$$V \rightarrow V = V, \quad V \rightarrow F = F, \quad F \rightarrow V = V, \quad F \rightarrow F = V$$

#### 4.6 Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

**Definição 11.** Chama-se **proposição bicondicional** ou apenas **bicondicional** uma proposição representada por “p se e somente se q”, cujo valor lógico é a verdade(V) quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, e a falsidade(F) nos demais casos.

Simbolicamente, a **bicondicional de duas proposições  $p$  e  $q$**  indica-se com a notação “ $p \leftrightarrow q$ ”, que se lê: “ $p$  se e somente se  $q$ ”, que também se lê de uma das seguintes maneiras:

- 4.1.  $p$  é a condição necessária e suficiente para  $q$
- 4.2.  $q$  é a condição necessária e suficiente para  $p$

O valor lógico da bicondicional de duas proposições é, portanto, definido pela seguinte tabela-verdade:

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

ou seja, pelas igualdades:

$$V \leftrightarrow V = V, \quad V \leftrightarrow F = F, \quad F \leftrightarrow V = F, \quad F \leftrightarrow F = V$$

## 4.7 Exercícios

- 4.1. Maria tem três carros: um Gol, um Corsa e um Fiesta. Um dos carros é branco, o outro é preto e o outro é azul. Sabe-se que: ou o Gol é branco, ou o Fiesta é branco; ou o Fiesta é azul, ou o Corsa é azul; ou o Corsa é preto, ou o Fiesta é preto; ou o Gol é branco, ou o Corsa é azul. Portanto, qual é a cor de cada carro?
- 4.2. Em uma empresa, o cargo de chefia só pode ser preenchido por uma pessoa que seja pós-graduada em administração de empresas. José ocupa um cargo de chefia, mas João não. Partindo desse princípio, o que podemos afirmar?
- 4.3. Numa ilha há apenas dois tipos de pessoas: as que sempre falam a verdade e as que sempre mentem. Um explorador contrata um ilhéu chamado X para servir-lhe de intérprete. Ambos encontram outro ilhéu, chamado Y, e o explorador lhe pergunta se ele fala a verdade. Ele responde na sua língua e o intérprete diz: “Ele disse que sim, mas ele pertence ao grupo dos mentirosos”. O que podemos concluir sobre os ilhéus?