

Aula 21: Exercícios

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

Regras do tableaux semântico

$$R_1 \equiv \frac{A \wedge B}{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}},$$

$$R_5 \equiv \frac{\neg \neg A}{A},$$

$$R_9 \equiv \frac{\neg(A \leftrightarrow B)}{\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \neg A \wedge B & A \wedge \neg B \end{array}},$$

$$R_2 \equiv \frac{A \vee B}{\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ A & B \end{array}},$$

$$R_6 \equiv \frac{\neg(A \wedge B)}{\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \neg A & \neg B \end{array}},$$

$$R_{10} \equiv \frac{\neg(\forall x)A}{(\exists x)\neg A},$$

$$R_3 \equiv \frac{A \rightarrow B}{\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \neg A & B \end{array}},$$

$$R_7 \equiv \frac{\neg(A \vee B)}{\begin{array}{c} \neg A \\ \neg B \end{array}},$$

$$R_{11} \equiv \frac{\neg(\exists x)A}{(\forall x)\neg A},$$

$$R_4 \equiv \frac{A \leftrightarrow B}{\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ A \wedge B & \neg A \wedge \neg B \end{array}},$$

$$R_8 \equiv \frac{\neg(A \rightarrow B)}{\begin{array}{c} A \\ \neg B \end{array}},$$

$$R_{12} \equiv \frac{(\exists x)A}{A(t)} \text{ onde } t \text{ é novo,}$$

$$R_{13} \equiv \frac{(\forall x)A}{A(t)} \text{ onde } t \text{ é qualquer.}$$

Regras Prenex

$$R_1 \equiv \frac{(\forall x)A \wedge B}{(\forall x)(A \wedge B)},$$

$$R_4 \equiv \frac{(\exists x)A \vee B}{(\exists x)(A \vee B)},$$

$$R_7 \equiv \frac{(Q_1 x)A \wedge (Q_2 y)B}{(Q_1 x)(Q_2 y)(A \wedge B)},$$

$$R_2 \equiv \frac{(\forall x)A \vee B}{(\forall x)(A \vee B)},$$

$$R_5 \equiv \frac{(\forall x)A \wedge (\forall x)B}{(\forall x)(A \wedge B)},$$

$$R_8 \equiv \frac{(Q_1 x)A \vee (Q_2 y)B}{(Q_1 x)(Q_2 y)(A \vee B)}.$$

$$R_3 \equiv \frac{(\exists x)A \wedge B}{(\exists x)(A \wedge B)},$$

$$R_6 \equiv \frac{(\exists x)A \vee (\exists x)B}{(\exists x)(A \vee B)},$$

Nas regras R_1, R_2, R_3 e R_4 x não ocorre livre em B . Nas regras R_7 e R_8 x não ocorre livre em B e y não ocorre livre em A .

Exercícios

5.1. Utilizando tableaux semântico, identifique as fórmulas a seguir que são tautologia e as que não são:

a) $(\forall x)p(x) \rightarrow p(a)$

b) $p(a) \rightarrow (\forall x)p(x)$

c) $(\forall x)(\neg(\forall y)q(x, y)) \rightarrow (\neg(\forall y)q(y, y))$

d) $(\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\exists x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x))$

e) $(\forall x)(p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b)) \leftrightarrow ((\exists x)p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b))$

f) $(\exists x)((p(x) \rightarrow p(a)) \wedge (p(x) \rightarrow p(b)))$

5.2. Converta as fórmulas a seguir para a forma prenex e em seguida aplique a skolemização:

- a) $(\forall x)(\exists y)(\forall x)p(x, y, w) \leftrightarrow (\forall w)(\forall w)p(x, z, w)$
- b) $(\forall x)p(x, y) \rightarrow (\forall x)(\exists y)q(x, y)$
- c) $(\forall x)p(x, y) \wedge ((\exists x)(\forall y)q(y) \vee (\exists x)(\forall y)(\neg(\forall x)r(x, y, z)))$
- d) $(\forall x)(\exists x)p(x, y) \rightarrow (\exists x)(\forall x)p(y, a)$
- e) $((\exists x)p(x, y) \vee (\forall y)r(x, y)) \rightarrow (\exists w)(\forall x)(\exists y)q(x, y)$

5.3. Utilizando resolução, identifique as fórmulas a seguir que são tautologia e as que não são:

- a) $(\forall x)p(x) \rightarrow p(a)$
- b) $p(a) \rightarrow (\forall x)p(x)$
- c) $(\forall x)(\neg(\forall y)q(x, y)) \rightarrow (\neg(\forall y)q(y, y))$
- d) $(\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\exists x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x))$
- e) $(\forall x)(p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b)) \leftrightarrow ((\exists x)p(x, a) \rightarrow (\forall x)q(x, b))$
- f) $(\exists x)((p(x) \rightarrow p(a)) \wedge (p(x) \rightarrow p(b)))$