**ENG10128 - Algoritmos Numéricos** 05/05/2011

Aula 17: Exercícios de Sistemas Lineares

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

# 5 Exercícios

5.1. Resolver o sistema abaixo pelo método de eliminação de Gauss.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & -1 & 4 \\ 2 & 14 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \\ 50 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

5.2. Resolver o sistema abaixo pelo método de eliminação de Gauss.

$$\begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 4 & 10 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ 2 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$

5.3. Resolver o sistema abaixo pelo método de eliminação de Gauss.

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 6 \\ -8 & 4 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & -2 & 7 \\ 1 & 2 & 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 29 \\ -11 \\ 7 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

5.4. Resolver o sistema abaixo pelo método da decomposição LU.

$$\begin{bmatrix} -5 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 24 \\ 17 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

5.5. Resolver o sistema abaixo pelo método da decomposição LU.

$$\begin{bmatrix} 5 & 5 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 7 \\ 8 \\ 43 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

5.6. Resolver o sistema abaixo pelo método da decomposição Cholesky.

$$\begin{bmatrix} 9 & -6 & 3 \\ -6 & 29 & -7 \\ 3 & -7 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -8 \\ 33 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

5.7. Resolver o sistema abaixo pelo método da decomposição Cholesky.

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 4 & 10 \\ -2 & 2 & -1 & -7 \\ 4 & -1 & 14 & 11 \\ 10 & -7 & 11 & 31 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

5.8. Considerando o método da decomposição Cholesky aplicada no sistema abaixo.

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ -2 & 10 & 4 \\ 3 & 4 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 \\ -10 \\ 81 \end{bmatrix}$$

Calcular e refinar o vetor solução até que a precisão $\xi < 10^3$ seja satisfeita, supondo que a matriz L seja

$$\begin{bmatrix} 2,24 & 0 & 0 \\ -0,89 & 3,03 & 0 \\ 1,34 & 1,71 & 3,91 \end{bmatrix}$$

**Resposta:**$x^0 = \begin{bmatrix} 2,9890 \\ -2,0049 \\ 3,9997 \end{bmatrix}, x^1 = \begin{bmatrix} 2,9999 \\ -2,0000 \\ 4,0000 \end{bmatrix}, x^2 = \begin{bmatrix} 3,0000 \\ -2,0000 \\ 4,0000 \end{bmatrix}$

5.9. Resolver o sistema abaixo pelo método de Gauss-Jacobi.

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Considerando uma precisão $\xi < 10^4$ e $x_0 = \begin{bmatrix} 1,2 \\ 1,2 \\ 1,2 \end{bmatrix}$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

5.10. Resolver o sistema abaixo pelo método de Gauss-Jacobi.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Considerando uma precisão $\xi < 10^4$ e $x_0 = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \end{bmatrix}$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 0,36364 \\ 0,45455 \\ 0,45455 \\ 0,36364 \end{bmatrix}$

5.11. Resolver o sistema abaixo pelo método de Gauss-Seidel.

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Considerando uma precisão $\xi < 10^4$ e $x_0 = \begin{bmatrix} 1,2 \\ 1,2 \\ 1,2 \end{bmatrix}$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

5.12. Resolver o sistema abaixo pelo método de Gauss-Seidel.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Considerando uma precisão $\xi < 10^4$ e $x_0 = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \\ 0,25 \end{bmatrix}$

**Resposta:** $\begin{bmatrix} 0,36364 \\ 0,45455 \\ 0,45455 \\ 0,36364 \end{bmatrix}$