

## Aula 15: Exercícios de recursão e indução

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

## 9 Exercícios

9.1. Calcule o valor das funções a seguir:

$$\text{a) } f(3), f(4)$$

$$f(n) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } n = 1 \\ 0 + f(n-1) & , \text{ se } n \text{ é par} \\ 1 + f(n-1) & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{b) } f(25)$$

$$f(n) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } n = 0 \\ f(\lfloor n/2 \rfloor) + n & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{c) } f(5)$$

$$f(n) = \begin{cases} 3 & , \text{ se } n = 1 \\ 5 & , \text{ se } n = 2 \\ (n-1)f(n-1) + (n-2)f(n-2) & , \text{ se } n > 2 \end{cases}$$

**Resposta:**The correct answer goes here.9.2. Prove por indução que, para qualquer  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\text{a) } 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$\text{b) } (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\text{c) } 1 + 3 + 6 + \dots + n(n+1)/2 = n(n+1)(n+2)/6$$

$$\text{d) } 1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

$$\text{e) } 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = n(2n-1)(2n+1)/3$$

$$\text{f) } 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + n(n+2) = n(n+1)(2n+7)/6$$

$$\text{g) } 1/(1 \cdot 2) + 1/(2 \cdot 3) + 1/(3 \cdot 4) + \dots + 1/(n(n+1)) = n/(n+1)$$

$$\text{h) } 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n-1)! - 1$$

$$\text{i) } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

**Resposta:**The correct answer goes here.

9.3. Prove por indução que:

$$\text{a) } n^2 > n + 1, \text{ para } n > 1$$

$$\text{b) } n^2 > 5n + 10, \text{ para } n > 6$$

$$\text{c) } 2^{n+1} < 3^n, \text{ para } n > 1$$

$$\text{d) } n! > n^2, \text{ para } n > 4$$

**Resposta:**The correct answer goes here.

9.4. Prove por indução que, para qualquer  $n \in \mathbb{N}$ :

- a)  $2^{3n} - 1$  é divisível por 7
- b)  $2^n + (-1)^{n+1}$  é divisível por 3
- c)  $2^{2n} - 1$  é divisível por 3
- d)  $7^n - 2^n$  é divisível por 5

**Resposta:**The correct answer goes here.