

Matemática Discreta

Prof. Paulo Nunes

Nome: _____

1^a prova
28-09-10

Questão 1:

[4 pontos]

Considerando $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ e $C = \{1, 4, 6\}$ Seja a relação $R : A \rightarrow A$ cujos elementos são os **resultantes da operação**:

$$R = (B \times C) \cup \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 7 \rangle\}$$

- (a) Ache a matriz M_R de R .

[2 pontos]

Solução: $M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- (b) Ache a relação composta $R \circ R$.

[2 pontos]

Solução: $R \circ R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 2, 6 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 5, 1 \rangle, \langle 7, 1 \rangle\}$

Questão 2:

[4 pontos]

Para cada relação definida a seguir, determine se são ou não funcionais, injetoras, totais e sobrejetoras. Justifique as suas respostas.

- (a) $A = \{a \mid a \text{ é uma pessoa viva ou morta no planeta terra}\}$ e $R : A \rightarrow A = \{\langle x, y \rangle \mid \text{a pessoa } x \text{ é mãe biológica de } y\}$.

Solução: Não funcional, injetora, não total e sobrejetora.

- (b) $A = \{a \mid a \text{ é uma pessoa, física ou jurídica, que fabricou celulares}\}$, $B = \{b \mid b \text{ é um modelo de celular que é ou já foi fabricado no planeta terra}\}$, e $R : A \rightarrow B = \{\langle x, y \rangle \mid x \text{ é o fabricante do celular } y\}$.

Solução: Não funcional, injetora, total e sobrejetora.

Questão 3:

[2 pontos]

Calcule o valor das expressões a seguir, justificando o resultado com os cálculos utilizados:

(a) $\lfloor \frac{15!}{14! - 13!} \rfloor$

[1 ponto]

Solução:

$$\begin{aligned} \lfloor \frac{15!}{14! - 13!} \rfloor &= \lfloor \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{14 \cdot 13! - 13!} \rfloor = \lfloor \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{(14-1) \cdot 13!} \rfloor = \lfloor \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{(14-1) \cdot 13!} \rfloor \\ &= \lfloor \frac{15 \cdot 14}{13} \rfloor = \lfloor \frac{210}{13} \rfloor = \lfloor 16,153846154 \rfloor = 16 \end{aligned}$$

(b) $\frac{\log_4 x}{\log_8 x^3}$

[1 ponto]

Solução:

$$\frac{\log_4 x}{\log_8 x^3} = \frac{\frac{\log_2 x}{\log_2 4}}{\frac{\log_2 x^3}{\log_2 8}} = \frac{\log_2 x}{\log_2 4} \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 x^3} = \frac{\cancel{\log_2 x}}{\log_2 4} \cdot \frac{\log_2 8}{3\cancel{\log_2 x}} = \frac{\log_2 8}{3 \log_2 4} = \frac{3}{3 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Questões	1	2	3	Total
Total de pontos	4	4	2	10
Pontos conseguidos				