

Aula 8: Exercícios de relações

Prof.: Paulo Roberto Nunes de Souza

7 Exercícios

7.1. sejam $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 10\}$. Para cada uma das seguintes relações: explicita os elementos da relação, determine o domínio de definição e determine o conjunto imagem.

- a) $R_1 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x \text{ é divisível por } y\}$
- b) $R_2 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x * y = 12\}$
- c) $R_3 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x = y + 1\}$
- d) $R_4 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x \leq y\}$

Resposta:The correct answer goes here.

7.2. As relações são fechadas para as seguintes operações sobre conjuntos (ou seja, a operação de duas relações resulta em uma relação)? Justifique a sua resposta:

- a) União;
- b) Interseção;
- c) Complemento;
- d) Diferença;
- e) Produto Cartesiano;
- f) Conjunto das partes.

Resposta:The correct answer goes here.

7.3. Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{x, y, z\}$. Seja R a seguinte relação de A para B :

$$R = \{\langle 1, y \rangle, \langle 1, z \rangle, \langle 3, y \rangle, \langle 4, x \rangle, \langle 4, z \rangle\}$$

- a) Determine a matriz da relação;
- b) Desenhe o diagrama de setas de R ;
- c) Ache a relação R^{-1} ;
- d) Determine o domínio e a imagem de R ;

Resposta:The correct answer goes here.

7.4. Seja $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ e seja R a relação de A definida por “ x divide y ”, escrita $x|y$. (Note que $x|y$ se e somente se existe algum inteiro z tal que $xz = y$.)

- a) Escreva R como um conjunto de pares ordenados;
- b) Desenhe seu grafo orientado;
- c) Ache a relação inversa R^{-1} . R^{-1} pode ser descrita em palavras?

Resposta:The correct answer goes here.

- 7.5. Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$ e $C = \{x, y, z\}$. Considere as seguintes relações R e S de A para B e de B para C , respectivamente:

$$R = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle, \langle 2, c \rangle\} \text{ e } S = \{\langle a, y \rangle, \langle b, x \rangle, \langle c, y \rangle, \langle c, z \rangle\}$$

- a) Ache a relação composta $S \circ R$;
 b) Ache as matrizes M_R , M_S e $M_{S \circ R}$ das respectivas relações R , S e $S \circ R$ e compare $M_{S \circ R}$ ao produto $M_R M_S$.

Resposta: The correct answer goes here.

- 7.6. Seja R a endorrelação em $A = \{1, 2, 3, 4\}$ cujos elementos são os **resultantes da operação**:

$$R = (A \times A) - \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}$$

- a) Ache a matriz M_R de R .
 b) Ache a relação composta $R \circ R$.

Resposta:

a) $M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) $R \circ R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$

- 7.7. sejam $A = \{3, 4, 5, 6, 10\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Para cada uma das seguintes relações: classifique a relação segundo os seus tipos e explicita os elementos de sua relação dual.

- a) $R_1 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x \text{ é divisível por } y\}$
 b) $R_2 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x * y = 12\}$
 c) $R_3 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x = y + 1\}$
 d) $R_4 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x \leq y\}$

Resposta: The correct answer goes here.

- 7.8. Sejam $S = \{0, 2, 4, 6\}$ e $T = \{1, 3, 5, 7\}$. Das relações abaixo indique quais são funcionais, injetoras, totais, sobrejetoras. Descreva a relação inversa de cada uma delas e os seus tipos.

- a) $\{\langle 0, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 6 \rangle, \langle 6, 0 \rangle\}$
 b) $\{\langle 6, 3 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 4, 5 \rangle\}$
 c) $\{\langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 7 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 6, 5 \rangle\}$
 d) $\{\langle 2, 1 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 6, 3 \rangle\}$
 e) $\{\langle 6, 1 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 0, 7 \rangle, \langle 2, 5 \rangle\}$

Resposta: The correct answer goes here.

7.9. Para cada relação definida a seguir, determine se são ou não funcionais, injetoras, totais e sobrejetoras. Justifique as suas respostas.

- a) $A = \{x \mid x \text{ é uma pessoa } \mathbf{viva} \text{ no planeta terra}\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ e $R : A \rightarrow B = \{\langle x, y \rangle \mid \text{a pessoa } x \text{ tem } y \text{ anos de idade}\}$.
- b) $A = \{x \mid x \text{ é uma pessoa } \mathbf{viva} \text{ no planeta terra}\}$, $B = \{x \mid x \text{ é um modelo de carro já fabricado no planeta terra}\}$ e $R : A \rightarrow B = \{\langle x, y \rangle \mid \text{a pessoa } x \text{ é } \mathbf{ou\ já\ foi\ dono} \text{ de um carro } y \text{ na sua vida}\}$.

Resposta:

- a) Funcional, não injetora, total e não sobrejetora.
- b) Não funcional, não injetora, não total e sobrejetora